

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:	ΑΛΓΕΒΡΑ / Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	01 / 11 / 2025

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A₁. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού α;

(Μονάδες 6)

A₂. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό α και β ισχύει: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

(Μονάδες 6)

A₃. Αν ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 = 0$, τότε τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε για τους πραγματικούς αριθμούς α και β;

(Μονάδες 3)

A₄. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει $(\alpha - 1)^2 \leq 0$ για οποιονδήποτε αριθμό α.

β. Ισχύει ότι $\alpha > \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$, εφόσον $\alpha, \beta \neq 0$.

γ. Ισχύει ότι $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$.

δ. Αν οι αριθμοί α και γ είναι ετερόσημοι, τότε $\alpha \cdot \gamma > 0$.

ε. Ισχύει ότι $-|-3| > 0$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

B₁. Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης $A = \frac{(x^4 y^{-1})^{-3} \cdot (x^3)^5}{(y^{-2})^{-3} \cdot (y^{-1})^3}$ για $x = \frac{1}{10}$.

(Μονάδες 7)

B₂. Να δείξετε ότι:

(i) $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$

(ii) $(2\alpha - 5)^2 - 4(\alpha - 2)(\alpha + 2) + 20\alpha = 41$

(iii) $\alpha^2 - (\alpha - \beta)^2 + \beta^2 = 2\alpha\beta$

(Μονάδες 3 x 4 = 12)

B₃. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{x(x-4)+4}{(x+1)(x-2)}$.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁. Να αποδείξετε ότι:

(i) $x(x+6) \geq 2(x-2)$

(ii) $\alpha^2 + \alpha\beta \geq \beta(3\alpha - \beta)$

(Μονάδες 5 + 5 = 10)

Γ₂. Αν $\alpha > 0$, να αποδείξετε ότι: $\alpha + \frac{4}{\alpha} \geq 4$.

(Μονάδες 5)

Γ₃. Δίνονται οι αριθμοί x και y για τους οποίους ισχύει ότι $1 < x < 3$ και $2 < y < 7$.

Να υπολογίσετε τα όρια του διαστήματος που ανήκουν οι τιμές των παραστάσεων:

(i) $x + 5y$

(ii) $-x - 3$

(iii) $\frac{2x}{y}$

(Μονάδες 3 + 3 + 4 = 10)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι παραστάσεις $K = \alpha^2 + \beta^2 + 9$ και $\Lambda = 2(2\alpha + 3\beta - 2)$, όπου α και β πραγματικοί αριθμοί.

Δ₁. Να αποδείξετε ότι $K - \Lambda \geq 0$.

(Μονάδες 8)

Δ₂. Να βρείτε τους αριθμούς α και β για τους οποίους ισχύει $K = \Lambda$.

(Μονάδες 6)

Δ₃. Αν ισχύει ότι $\alpha = 2$, $\beta = 3$ και γ, δ είναι δύο πραγματικοί αριθμοί οι οποίοι είναι αντίθετοι, τότε να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

(i) $\Gamma = \frac{\alpha\gamma + \beta\delta}{\alpha\delta - \beta\gamma}$

(ii) $\Delta = \frac{\alpha\gamma^2 - 5\delta^2 + \beta\gamma^2}{(\gamma + \delta + 1)^{2025}}$

(Μονάδες 5 + 6 = 11)